

MATEMATICKÁ VÝKONNOST A METAKOGNICE ŽÁKŮ ZÁKLADNÍCH ŠKOL BĚŽNÝCH, ZÁKLADNÍCH ŠKOL MONTESSORI A ŽÁKŮ VYUČOVANÝCH PODLE HEJNÉHO METODY

EMPIRICAL RESEARCH DETECTING NUANCES IN THE FIELD OF MATHEMATICAL PERFORMANCE AND METACOGNITION IN PUPILS STUDYING AT ORDINARY PRIMARY SCHOOLS, AT MONTESSORI PRIMARY SCHOOLS, AND ACCORDING TO THE HEJNÝ METHOD

VLASTIMIL CHYTRÝ, JAROSLAV ŘÍČAN,
DAGMAR ŽIVNÁ

Abstrakt

Empirická sonda je věnována problematice metakognice a výkonnosti v matematice. Cílem příspěvku je porovnat úroveň metakognice a matematické výkonnosti v závislosti na preferovaném způsobu vedení výuky (proklamované kurikulum) jako jednoho z možných faktorů ovlivňujících žákovu výkonnost a kompetence. Pro účely této empirické sondy byla zvolena metoda kvaziexperimentu, přičemž byly vybrány tři skupiny žáků: (i) žáci ZŠ Montessori (n = 49), (ii) žáci běžných nespécializovaných ZŠ (n = 63) a (iii) žáci, kteří jsou vyučováni podle Hejného metody (n = 77). Na základě induktivní statistiky byly prokázány jak statisticky významné rozdíly (metakognitivní znalost; bias index), tak i statisticky a zároveň věcně významné rozdíly (výkonnost v matematice; kalibrace). Příčiny těchto diferencí jsou v závěru textu diskutovány a zároveň je poukázáno na limity metodologického šetření.

Klíčová slova

Hejného metoda, Montessori, matematika, metakognice, kvaziexperiment

Abstract

This empirical research focuses on metacognition and performance in mathematics. The aim of the paper is to compare the level of metacognition and mathematical performance depending on the preferred teaching method (i.e., proclaimed curriculum) as one of the possible factors influencing pupil performance and competence. For the purposes of this empirical research, a quasi-experimental method was chosen and three groups of pupils were selected: (i) pupils at Montessori primary school (n = 49); (ii) pupils at ordinary non-specialized primary schools (n = 63); and (iii) pupils who are taught according to the Hejný method (n = 77). Based on inductive statistics, statistically significant differences (in metacognitive knowledge and bias index) as well as statistically and substantively significant differences (in mathematical performance and calibration) have been detected. The causes of these differences are discussed at the end of the text, and the limitations of the methodological inquiry are also pointed out.

Keywords

the Hejný method, Montessori, mathematics, metacognition, quasi-experiment

Úvod

Cílem článku je poukázat na možný dopad proklamovaného kurikula na výkonnost a úroveň metakognice žáka v matematice. Důvodem výběru sledovaných oblastí je zájem o matematiku u odborné i laické veřejnosti a reflexe výsledků českých žáků v rámci mezinárodně srovnávacího testování. Například v letech 2003 až 2009 došlo k významnému poklesu v matematických úlohách (Palečková, Tomášek, & Basl, 2010, cit. podle Rendl & Vondrová, 2014). Úroveň metakognice pak vysvětluje podstatné množství individuálních odlišností v testovém skórování (Dunlosky & Metcalfe, 2009; Schneider, Schlagmüller, & Visé, 1998). Jejich prediktivní potenciál ve vztahu ke školní úspěšnosti je vyšší, a to na rozdíl od standardních způsobů zjišťování úrovně inteligence (Veenman & Spaans, 2005; Wang, Haertel, & Walberg, 1990). Pro účely této empirické sondy byly sestaveny tři skupiny, jež tvoří: i) žáci vyučovaní podle Hejného metody, ii) žáci ZŠ Montessori a iii) žáci běžných základních škol. Rozdílům mezi „tradičním“ (dále jako transmisivním) a „inovativními/alternativními“ způsoby vedení výuky nebyl dosud po empirické stránce věnován dostatečný prostor (Walsh & Petty, 2007). Transmisivní pojetí výuky má za následek to, že se některé děti nudí, zatímco jiné vlastní práci nestíhají, případně ji vykonávají bez pochopení. Žákům jsou upřeny možnosti prožitku a informace jsou jim často předány už v hotové podobě (Opravilová, 2016). Právě reakce na transmisivní způsob vyučování dala podnět ke vzniku alternativních typů škol a inovativních koncepcí zaměřujících se na maximální rozvoj klíčových kompetencí žáka. Helmke (2009) uvádí, že jednou z charakteristik kvalitní výuky je orientace na kompetence. Právě rozvoj kompetencí již ze své pod-

staty vychází z konstruktivismu, a to zejména tehdy, když hovoříme o kompetencích k řešení problému (Češková, 2016) a učení, které jsou spjaty zejména s konstruktem metakognice (Pravdová, 2013).

To, co „moderní psychologie nazývá vývojovými potřebami“, popisuje Rýdl (2006, s. 15) zjednodušeně tak, že dítě se nejlépe učí to, co se právě učit chce, což přesně odpovídá pojetí Montessori. Svou podstatou se v případě Montessori jedná o pozvolné procvičování sebeutvářejícího učení, jež je založeno na řadě proměnných, jako například to, že každá pomůcka je ve třídě pouze jednou. V rámci tohoto programu vzniklo mnoho specifického materiálu (Lillard, 2011a, cit. podle Lillard, 2012) a řada aktivit (Piaget, 1970, cit. podle Lillard, 2012), přičemž samotný vývoj trval více než 45 let. Montessori forma vzdělání představuje mnoho funkcí pro zlepšení učení a vývoje (Lillard, 2011b, cit. podle Lillard, 2012). Například ve studii autorů Lillard a Else-Quest (2006, cit. podle Lillard, 2012) se poukazuje na skutečnost, že žáci navštěvující Montessori školy mohou dosáhnout lepších výsledků než žáci běžných škol. Je tedy zřejmé, že prostředí, v němž vyučování probíhá, se mezi běžnou výukou a Montessori výukou značně odlišuje. Další rozdíly bychom mohli nalézt v osobnosti učitele nebo vnímání dítěte. Cipro (2002) uvádí, že podle Marie Montessori má v sobě jedinec zabudovaný plán, jehož prostřednictvím se dítě samo postupně propracovává v hotového člověka. Problematiku testování žáků Montessori v porovnání s běžným proudem pak velmi podrobně popisuje Lillard (2012). Oproti zmíněným dvěma konceptům je Hejného metoda podstatně mladší, neboť je založena na konstruktivistickém přístupu a práci v prostředích. Jedná se zejména o vyučování založené na budování schémat (Slezáková & Šubrtová, 2015). Také Hejný vidí základní problém transmisivní výuky v postavení žáka a v tom, co je domnělým cílem výuky (Hejný, Novotná, & Stehlíková, 2004). Transmisivní vyučování nutně vede k formalismu, který Hejný a Stehlíková (1999) považují za nejzávažnější didaktický problém současného vyučování matematice. Zejména diagnostika skupiny žáků vyučovaných podle Hejného metody není subjektem detailních analytických sond a výzkumů. Mnohé z dosud publikovaných příspěvků nemají odpovídající výzkumný charakter, a proto je podle našeho názoru zapotřebí se dané skupině věnovat.

Metakognice

Za autora pojmu metakognice je považován americký kognitivní a vývojový psycholog John Flavell (1976), který přistupoval k metakognici jako k jakékoliv znalosti nebo kognitivní aktivitě, jež uchopuje kognici samotnou jako objekt. Metakognice může být popsána např. jako myšlení o myšlení a techniky, které redukují mentální úsilí, nebo odhalují bias během konstrukce

mentálních obrazů apod. Z etymologického hlediska slovo „meta“ odkazuje k vyššímu způsobu myšlení a termín „kognice“ zahrnuje poznávací procesy, tedy způsoby, kterými se informace přijímají, kódují, rozpoznávají, ukládají, systematizují, vyvolávají z paměti a používají (Sedláková, 2004). Syntézou těchto slov bychom mohli na metakognici nahlížet jako na schopnost jedince „dívat se“ se získaným nadhledem z vyšších sfér na své vlastní kognitivní obsahy a procesy.

Přes panující definiční různorodost, odlišnou nomenklaturu i konceptualizaci metakognice je možné již od počátků uchopování konstruktů metakognice nalézt mezi výzkumníky konsenzus v jedné základní oblasti: metakognice je tvořena dvěma subkomponenty, a to (a) **znalostmi a přesvědčením o vlastních kognitivních fenoménech (obsahová stránka – *knowledge about cognition*)**¹ a (b) **řízením a kontrolou vlastních kognitivních úkonů (procesuální stránka – *regulation of cognition*)**² (Garofalo & Lester, 1985; Paris & Winograd, 1990; Schraw, 1998). Tyto subkomponenty jsou ovlivňovány dalšími nekognitivními komponenty, které mají vztah k osobnostnímu a sociálnímu kontextu (Duchovičová, 2010). Přestože jsou tyto základní subkomponenty dále specificky diferencovány v závislosti na pojetí a přesvědčení každého autora, lze konstatovat, že tento pohled na metakognici se objevuje napříč výzkumnými proudy zabývajícími se touto problematikou. Poměrně brzy našel tento pedagogicko-psychologický konstrukt místo v sociálně kognitivní teorii autoregulovaného učení (Bandura, 1986). Přední představitelé základních teoretických modelů přistupují k metakognitivní složce autoregulovaného učení buď nevýslovně (Pintrich, 2000), nebo s výslovným akcentem (Zimmerman, 2002). Impulz ke studiu teoretické a praktické konceptualizace autoregulovaného učení a metakognice nebyl pouze výsledkem reakce na stereotypní obraz školy jako instituce zaměřující se zejména na přípravu žáků na testové zkoušení (Rawson & Dunlosky, 2012), ale je rovněž výsledkem úsilí lépe porozumět modalitě procesu učení při zohlednění množství integrujících komponentů, jež tento proces ovlivňují. Důvodů, proč některý žák skóruje v nejrozmanitějších testech lépe než druhý, je celá řada. Nicméně existuje silná teoretická základna, která spojuje studijní úspěch se schopností žáka efektivně řídit a reflektovat jeho vlastní proces učení (Brown & Palinscar, 1989). Z tohoto důvodu

¹ Obvykle jako tzv. metakognitivní znalosti či znalost kognice (*cognitive knowledge*). Vzhledem k unifikaci textu dále jen jako metakognitivní znalosti.

² Obvykle jako tzv. metakognitivní řízení/regulace či regulace kognice (*cognitive regulation*). Vzhledem k unifikaci textu dále jen jako metakognitivní řízení.

„hraje“ v posledních 25 letech mezi subdisciplínami psychologie určitou klíčovou roli pedagogická psychologie, a to zejména z hlediska svého bezprostředního usouvztažnění k výchovně vzdělávacímu procesu (funkční pojetí v souvislosti s ekologickou validitou; Dignath & Büttner, 2008). Cílem jakýchkoli metakognitivních intervencí je zviditelnit žákům obsah a proces jejich vlastního myšlení (modifikace implicitních procesů na explicitní) a podpořit je v tom, aby toto své myšlení sami podrobovali (kritické) analýze a přizpůsobovali své myšlenky a jednání tomu, aby dosáhli svého či kurikulárního učícího cíle (Dole, Nokes, & Drits, 2007).

Metakognitivní znalosti

Nejčastěji se dnes v soudobé odborné literatuře (Jacobs & Paris, 1987; Veenman, Van Hout-Wolters, & Affenbach, 2006) setkáme se členěním metakognitivních znalostí na:

- deklarativní znalosti, které odkazují k vnímání vlastních silných a slabých stránek kognice (včetně znalosti disponibilní palety strategií) a specifických charakteristik úkolových situací, přičemž do této kategorie můžeme počítat i vlastní přesvědčení, ať už jsou pravdivá či nikoliv,
- procedurální znalosti zahrnující znalost toho, jak se aplikují různé učební strategie,
- podmínkové (kontextuální) znalosti obsahující povědomí o tom, kdy a proč je určitou strategií vhodné v příslušném kontextu využít.

Borkowski a kolektiv (Borkowski, Milstead, & Hale, 1988) ve svém třístupňovém členění definují samostatnou oblast metakognitivních znalostí vztahů (obvykle jako součást deklarativních nebo podmínkových znalostí). Tato oblast se buduje opakovaným vystavováním jedince do úkolových situací a s nabýváním dalších zkušeností získává oblast metakognitivních znalostí vztahů na kvantitě i kvalitě (jedinec mj. musí vyhodnotit adekvátnost strategie ve vztahu k úkolové situaci, sobě samému a dalším strategiím, jež se pro řešení situace nabízejí – uvažování nad konglomerátem faktorů vyžaduje vyšší míru generalizace a abstrakce). Tato rovina úzce souvisí s empirickou částí předkládaného textu, neboť na tomto teoretickém východisku byl vybudován nástroj MAESTRA 5-6+, který byl použit v této studii.

Metakognitivní řízení

Metakognitivní znalosti mají význam především před vlastním zahájením učebních aktivit (vyhodnocení vlastních kognitivních možností, rozpoznávání nároků úkolové situace; výběr potenciaálně aplikovatelných strategií). K optimalizaci procesu učení však může dojít až během přímého nasazení strategií, tedy v momentě, kdy se znalost strategie „převede“ na vlastní strategické jednání při učení v rámci tří základních procesů, které jsou často

v odborné literatuře spojovány s termínem „metakognitivní strategie“ (Schraw, 1998) vycházejícím z toho, že:

- plánování souvisí s iniciací určité akce, při níž žák volí vhodné strategie ve vztahu k cílům, harmonogramu plnění úkolů, vynakládanému úsilí apod.,
- monitorování odkazuje k vědomé a hluboké interakci s učebním materiálem, při níž si žák vyjasňuje otázky (co ví, co neví; kde vidí rozporuplné informace; čemu nerozumí; kde si autor protirečí; jak souvisí čtené s předchozími znalostmi a zkušenostmi apod.),
- evaluace je proces kontroly a revize kognitivní akce (revidování učebních cílů; reflexe úspěšných a neúspěšných kroků; reflexe procesu plánování apod.) a ve své podstatě je výsledným produktem kvality procesu monitorování.

Ve vztahu k empirické části této práce je pro nás relevantní proces metakognitivního monitorování, který je mnohými autory shledáván za nejsložitější a nejdlouhodoběji se vyvíjející metakognitivní kompetencí, která nemusí ani u dospělých jedinců dosahovat dostatečné úrovně (Zimmerman, 1990). Přesnost metakognitivního monitorování je pak esenciální charakteristikou tohoto konstruktů. Jedná se o míru shody mezi sebehodnocením vlastních učebních, čtecích a paměťových výkonů a skutečně prokázaným výkonem. Míra této přesnosti je výzkumníky označována jako tzv. kalibrace (Hacker, Bol, & Keener, 2008). Souvislost mezi kalibrací byla prokázána v mnoha oblastech, včetně matematiky (Desoete & Roeyers, 2006; Ozsoy, 2012) a řešení problémů (Mihalca, Mengelkamp, Schnotz, & Paas, 2015; Pilegard & Mayer, 2015).

Existence množství metodologických způsobů a technik zjišťujících úroveň metakognitivního monitorování může vést k zachycení odlišných aspektů jednoho konstruktů (Schraw, 2009) a některé aspekty metakognitivního monitorování mohou souviset s výkonovou složkou žáka odlišnými způsoby (Schraw, Kuch, & Gutierrez, 2013). V této studii zjišťujeme úroveň metakognitivního monitorování prostřednictvím tzv. soudů jistoty (*confidence judgements*), které jsou užívány renomovanými autory (Nelson & Narens, 1994; Schraw, 2009) a detailněji rozebírány v metodologické části tohoto příspěvku.

Metakognice a matematika

Současné výzkumy na poli metakognice je možné diferencovat do dvou základních rovin. První rovinu představují šetření vztahující se k problematice gramotnosti s akcentem na čtení s porozuměním a psaní. Obsah našeho předkládaného příspěvku se váže k druhé rovině, a to k výzkumům analyzujícím matematické znalosti/kompetence a dalším výsledkům žáků z oblasti

ostatních věd budovaných na empirickém výzkumu. Závěry studie Tobiasi a Eversona (2002) dokládají pro sledovanou věkovou skupinu vysokou korelaci a signifikanci mezi rozmanitými aspekty metakognice a matematikou (predikce úspěšnosti, metakognitivní monitorování, míra zpětné vazby v souvislosti se schopností monitorovat vlastní znalost, schopnost posoudit, co žák ví, či naopak neví). Z toho důvodu shledáváme za důležité sledovat u těchto konstruktů rozdíly mezi skupinami škol preferujících určité kurikulum.

Souvislost aspektů metakognice a matematiky byla až do 80. let minulého století na okraji zájmu, neboť příslušné studie byly primárně zaměřeny na deskripci procesů řešení problémů (Polya, 1973), na heuristiky a strategie řešení problémů (Kramarski, Mevarech, & Arami, 2002). Brzy se však začaly množit připomínky některých výzkumníků (Garofalo & Lester, 1985), že pouhé čisté kognitivní analýzy výkonů v matematice nejsou adekvátní, protože přehlížejí metakognitivní procesy. Rozmanité aspekty metakognice ve vztahu k výkonům v matematice byly sledovány u žáků prvního i druhého stupně (Desoete, Roeyers, & Buysse, 2001; Montague, 2008; Nelson, 2012), u pubescentů/adolescentů (Kramarski & Mevarech, 2003), u nadaných žáků (Risemberg & Zimmerman, 1992; Swanson, 1992), u žáků s obtížemi v učení (Grizzle-Martin, 2014; Montague, 1992), ale i u průměrných dětí (Sarver, 2006). Velké množství výzkumů bylo zaměřeno rovněž na zjišťování genderových rozdílů v přístupech a úspěšnosti v matematice (Chmelicek, 1992; Ignacio, Nieto, & Barona, 2006).

Již v 80. letech minulého století se výzkumníci na poli řešení problémů shodli v tom, že nízké výkony žáků při řešení problémových situací, a to primárně v matematice, nejsou způsobeny nedostatkem adekvátní znalostní základny, ale spíše žákovskou neschopností organizovat, implementovat a monitorovat to, co již dávno žák ví (včetně zhodnocení adekvátnosti disponibilních zdrojů), a plně porozumět zadání úlohy (Garofalo & Lester, 1985; Schoenfeld, 1985, 1987). Jinak řečeno, žáci často disponují potřebnými faktickými a procesními znalostmi, které jsou nezbytné pro vyřešení nerutinních úloh, avšak nejsou schopni své zdroje efektivně regulovat.

Metodologie výzkumu

Výzkumný problém, hypotézy a výzkumný vzorek

Jak již bylo naznačeno v úvodní části textu, je cílem našeho příspěvku poukázat na dopad proklamovaného kurikula na výkonnost a úroveň metakognice žáka v matematice.

Jak se liší úroveň metakognice a výkonnost v didaktickém testu z matematiky žáků 5. ročníků běžných ZŠ, ZŠ Montessori a žáků vyučovaných podle Hejného metody?

K uvedenému výzkumnému problému byly definovány následující věcné hypotézy:

H_1 : Úroveň metakognice se liší u žáků 5. ročníků běžných základních škol, Montessori škol a žáků vyučovaných podle Hejného metody.

H_{1a} : Úroveň metakognitivních znalostí diagnostikovaných prostřednictvím nástroje MAESTRA 5-6+ se liší u žáků 5. ročníků běžných základních škol, Montessori škol a žáků vyučovaných podle Hejného metody.

H_{1b} : Úroveň metakognitivního monitorování (kalibrace) se liší u žáků 5. ročníků běžných základních škol, Montessori škol a žáků vyučovaných podle Hejného metody.

H_{1c} : Úroveň metakognitivního monitorování (bias index) se liší u žáků 5. ročníků běžných základních škol, Montessori škol a žáků vyučovaných podle Hejného metody.

H_2 : Výkonnost žáka v didaktickém testu z matematiky se liší u žáků 5. ročníků běžných základních škol, Montessori škol a žáků vyučovaných podle Hejného metody.

Základní výzkumný vzorek tvořili žáci navštěvující páté ročníky základních škol (dále jen ZŠ) ve školním roce 2016/2017 (Montessori škola – 49 respondentů, Hejného metoda – 63 respondentů, běžná ZŠ – 77 respondentů³). Výběr škol byl původně náhodný, avšak vzhledem k nízké návratnosti bylo nutné vycházet z dostupného vzorku odpovídajícího vždy příslušnému zařazení (Montessori, Hejný, běžná ZŠ). U každé skupiny byly testovány tři oblasti: i) metakognitivní znalosti (Maestra 5-6+), ii) metakognitivní monitorování na základě ratingové škály (kalibrace a bias) a iii) výkonnost v didaktickém testu z matematiky.

Nástroje a procedura

Pro účely zjišťování úrovně metakognitivních znalostí byl využit nástroj MAESTRA 5-6+, který je určen pro žáky od 2. pololetí 5. tříd až po 1. pololetí 7. tříd (Götz, Lingel, Artelt, & Schneider, 2013). Svou povahou představuje MAESTRA 5-6+ unikátní a specifický nástroj, neboť na rozdíl od často užívaných nástrojů (např. *Index of Reading Awareness*: Jacobs & Paris, 1987; *Junior Metacognitive Awareness Inventory*: Sperling, Howard, Miller, & Murphy, 2002) vyzdvihujících četnost a frekvenci užitých strategií jako indikátor úrovně metakognitivních znalostí je MAESTRA 5-6+ založena na posouzení relativní efektivity nabízených strategií ve vztahu k úkolové situaci

³ U metakognitivního monitorování jsou počty nižší z důvodu nevyplnění některých testových částí žáky.

a k ostatním předloženým strategiím (metakognitivní znalost vztahů). Korelace dotazníků měřících četnost a frekvenci užití strategií se školním výkonem je nepatrná (Sperling et al., 2002).⁴ Wirth a Leutner (2008) v tomto kontextu uvádějí, že jedinec může disponovat jen omezenou paletou strategií, avšak směrodatné je, zda je strategie adekvátně/efektivně použita pro splnění úkolu.

V českém prostředí byl tento nástroj validizován autory Chytrým, Pešoutem a Říčanem (2014). Vlastní nástroj obsahuje pět různých učebních situací (scénářů) a u každé z nich žák volí mezi pěti nebo šesti strategiemi tak, jak je uvedeno na obrázku níže (obr. 1). Některé z nabízených strategií vždy odpovídají rámcovému modelu čtyř fází (meta)kognitivní aktivity při řešení matematických problémů, jiné z nabízených strategií jsou relativně méně efektivní.

V jedné zoo chovají dva lvy, které krmí výhradně masem. Každý druhý den jeden lev spořádá 7 kilogramů masa. Lvi se však musí vždy jeden den v týdnu nechat hladovět. Toto ráno zoo nakoupila na jatkách 420 kg masa. Otázka úlohy zní: Za kolik dní se musí koupit nové maso pro lvy? Jak se může postupovat při řešení této úlohy?		Známka					
		1	2	3	4	5	6
A	Promyslím si plán řešení, v němž si stanovím, jaké mezivýsledky potřebuji, abych došel ke konečnému výsledku.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B	Vypíši si čísla ze zadání a vhodně je mezi sebou propočítám.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
C	Zajímám se, které informace ze zadání musím při řešení úkolu použít.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
D	Začnu co možná nejrychleji s prvním početním krokem.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E	Nejprve odhadnu výsledek a pak teprve počítám se správnými čísly.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
F	Zhotovím si náčrtek, abych si mohl lépe představit popisovanou situaci v zadání.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Obrázek 1
Učební situace zoo

⁴ Neuenhausová s kolegy (2011) k tomu dodávají, že přístupy zjišťující frekvenci užití strategií ve skutečnosti spíše měří, zda žák příslušnou strategií rozpoznal, než aby zjišťovaly metakognitivní znalost.

Ke každé z nabízených strategií přiřazuje žák hodnocení od **1** do **6** (kde 1 = nejlepší a 6 = nejhorší, přičemž respondent může pro každou z nabízených strategií použít stejné hodnocení). Vyhodnocování probíhá v páru (jak si stojí každá strategická alternativa vůči ostatním nabízeným strategickým alternativám) a zároveň nezáleží na tom, „o kolik“ je jedna strategie lepší než druhá. Zjištěné hodnoty od žáků jsou porovnány s datovou maticí, která byla získána od expertů⁵. V případě, že se hodnocení žáka shoduje s expertním posudkem, je považováno porovnání páru za správné (1). Pokud ale není ve shodě s expertním posudkem, je posouzeno jako chybné (0). Kriteriaální hranice byla stanovena na 80 %, tzn. že alespoň 4 z 5 expertů se museli shodnout na tom, že např. v obr. 1 je strategická alternativa *A* vhodnější než strategická alternativa *B* ($a > b$). Kriteriaální hranice a selektivita vedly k očekávané redukci počtu párových srovnání. Z 28 strategií, které byly představeny žákům v pěti úkolových situacích, celkově vyplývá 34 párových srovnání (z celkového množství 65 párových srovnání).

Úroveň metakognitivního monitorování byla zjišťována na základě tzv. metakognitivního posouzení (*metacognitive judgments* – Nelson, 1996), přičemž existují čtyři základní metakognitivní posouzení (blíže Schraw, 2009). Vzhledem k tomu, že výsledky výzkumů ukazují na postdíkci jako přesnější akt než predikci (Glenberg & Epstein, 1985) a že lokální odhad (posouzení jistoty správnosti řešené úlohy) vykazuje vyšší souvislost s měřeným výkonem než celkový odhad (posouzení, kolik úloh bylo řešeno správně z celého testu; Nietfeld, Cao, & Osborne, 2005), jsme v této studii zaměřili svoji pozornost na lokální odhady prostřednictvím intervalových škál (úsečky pod každou matematickou úlohou, na něž žák zanašel míru jistoty správnosti odpovědi; úsečka byla za účelem analýzy dat rozčleněna na jedenáctistupňovou škálu). Data získaná na základě metakognitivního posouzení lze využít pro určení následujících indexů: kalibrace (též index absolutní přesnosti), bias index, scatter index, index relativní přesnosti a index diskriminace (detailní přehled viz Schraw, 2009). V této studii jsme se zaměřili na nejčastěji uchopovaný ukazatel kalibrace (diskrepance mezi soudem jistoty a výkonem v příslušné úloze) a bias index (určující míru jedincova sebe-podceňování x nadhodnocování, přičemž bias lze interpretovat jako velikost a směr chyby v úsudku).

⁵ Úloha expertního hodnocení spočívala v objektivizaci teoreticky odvozených předpokladů o tom, co je míněno přiměřenou a nepřiměřenou strategií ve vztahu k ostatním předloženým strategiím na pozadí příslušné učební situace. Disman (2005) k tomuto přístupu referuje jako k validitě založené na mínění skupiny soudců (shoda různých soudců jako ukazatel validity). Lze také uvažovat i v intencích konstruktové validity.

Úloha 5

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (ANO), nebo nepravdivé (NE).

Zakroužkuj správnou možnost.

5.1 Sousední strany čtverce jsou rovnoběžné.

ANO – NE



Obrázek 2

Ukázka dichotomické úlohy rozšířené o ratingovou škálu

Didaktický test z matematiky byl vytvořen z uvolněných úloh od organizace Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání (CERMAT) z roku 2006 a tvořilo ho celkem 11 úloh (5 otevřených, 4 uzavřené a 2 dichotomické⁶). Zaměření jednotlivých úkolů vychází ze závěrečné zprávy CERMAT z roku 2006, kdy jednotlivé úlohy je možné charakterizovat jako 1) přirozená čísla (odčítání a dělení), 2) přirozená čísla – ověření správnosti nalezeného čísla zkouškou (2.1 nalezení činitele, 2.2 využití vlastností operace sčítání a násobení při zkoušce, 2.3 využití vlastností dělení a odčítání při zkoušce), 3) orientace v čase, převod jednotek, 4) jednoduché konstrukce základních rovinných útvarů, 5) čtverec a jeho základní vlastnosti včetně velikosti jeho obvodu, 6) určování společných a oddělených částí rovinných útvarů, 7) část celku, násobení, 8) čtení z grafu, operace s přirozenými čísly, volba správných hodnot a příslušné operace, tvorba písemné odpovědi, 9) čtení z grafu, zaokrouhlování na stovky, sčítání a tvorba písemné odpovědi, 10) čtení z grafu, volba správných hodnot a adekvátní operace, tvorba písemné odpovědi, 11) obvody a obsahy rovinných obrazců zakreslených do čtvercové sítě (Cermat, 2006). K řešení testu mohli žáci používat pouze pravítko a tužku. Čas na vyplnění byl 45 minut, ale ve většině případů stačilo žákům 30 minut. Tento test byl zvolen proto, že CERMAT vytváří nástroje pro možnost

⁶ V rámci klíče využívá CERMAT pouze U – uzavřená úloha a O – otevřená úloha. Z důvodu bližšího seznámení s testem jsme využili ještě možnosti dichotomické úlohy.

externí evaluace. Jedná se o standardizované testy, které lze dále použít (případně je možné použít i test s jeho drobnou modifikací, který byl již v praxi vyzkoušen). Došlo k úpravě hodnocení testu, a to tak, že úlohy byly hodnoceny buď pouze 1 – správně, nebo 0 – špatně. Pokud žák danou otázku nezodpověděl, využili jsme pro zaznamenání odpovědi prázdný znak. Vzhledem k využití tohoto typu hodnocení tak můžeme na základě aritmetického průměru jednotlivých odpovědí odhadovat pravděpodobnost správné odpovědi žáka na danou otázku. Hodnocení výkonu v didaktickém testu z matematiky pak probíhalo výhradně na základě této pravděpodobnosti. Rozdíly mezi oběma testy jsou uvedeny v tab. 1.

Tabulka 1

Tabulka porovnávající původní test a jeho částečnou modifikaci

	Původní test	Použitý test
Počet úloh	12 (s podúlohami 24)	11 (s podúlohami 23)
Počet otevřených úloh	7	5
Počet uzavřených úloh	3	4
Počet dichotomických úloh	2	2
Určenost	5. ročník ZŠ	5. ročník ZŠ
Reliabilita nástroje pro KR-20	0,84	0,85
Reliabilita nástroje pro Cronbach alfa	0,81	0,87

Nově vzniklý nástroj vykazuje dostatečné hodnoty reliability, neboť akceptovatelné jsou zejména hodnoty koeficientu mezi 0,7 a 0,95 (Tavakol & Dennick, 2011).

Charakteristika výzkumného souboru

Problém nízkého počtu respondentů spočíval zejména v neochotě vedení škol realizovat šetření na jejich instituci. Nebylo tak možné vybrat školní třídy, které jsou po všech stránkách homogenní⁷. U běžných základních škol jde o velké školy sídlištního typu s homogenními třídami. U Montessori škol se v jednom případě jedná o velkou školu (450 dětí) nabízející výuku jednak podle tradičního vyučování metodou „Tvořivé školy“, jednak (v paralelní třídě) podle Montessori metody. Na webu školy je uvedeno, že v Montessori třídách je stejný obsah učiva. Druhá, a to česko-anglická škola, je menšího typu (180 žáků) a má pouze 1. stupeň. Jednotlivé třídy jsou věkově hetero-

⁷ Najít Montessori a Hejného školy, které jsou kapacitně jako běžné základní školy, je prakticky nemožné. Vždy se tyto školy snaží udělat něco navíc oproti školám běžného typu, a proto jsou také označovány za progresivní.

genní, tzn. že 1.–3. ročník a pak 4.–5. ročník se vyučuje společně. Školy, v nichž se vyučuje Hejného metoda, jsou zastoupeny 120–300 žáky. Na webových portálech všech námi oslovených škol je uvedena informace: „Patří mezi školy, které společně vzdělávají a vychovávají všechny žáky a současně zohledňují jejich individuální předpoklady, mimořádné nadání i handicap.“ Pro všechny pak platí, že 80 % učitelů dosáhlo věku 41 let nebo vyššího a že 80 % pedagogů působí na stejném pracovišti minimálně 4 roky. Všichni mají VŠ pedagogického směru a rozsah jejich hodin výuky na školách je srovnatelný. Žáci jsou ve věku 11 a 12 let (pouze jednotky žáků jsou výjimkami). Z pohledu Rogersovy teorie není žádná skupina učitelů preferována z hlediska analyzovaných přístupů. Inovátoři jsou na základní škole běžného typu i na škole, v níž se učí podle Hejného metody. Totéž platí pro další skupiny, tak jak je popisují Rusek, Stárková, Chytrý a Bílek (2017).

Deskriptivní a induktivní statistika

Statistické veličiny uvedené v deskriptivní části předkládaného textu jsou používány ve shodě s českou odbornou statistickou literaturou (Hendl, 2012), tedy Max – maximum, Min – minimum, Me – medián, \bar{X} – průměr, SD – směrodatná odchylka, Mod – modus. Ve vlastní datové matici se objevily odlehle hodnoty, jež nejsou dány chybou v přepisu dat. Tyto hodnoty byly v datové matici ponechány, a to vzhledem k využití neparametrických statistických metod. Do následující tabulky byl uveden základní přehled zkoumaných proměnných v kontextu odlišných vzdělávacích programů. Směrodatné jsou zejména hodnoty průměru a mediánu. Výkonnost v didaktickém testu z matematiky je uvedena v procentech a označuje pravděpodobnost úspěchu žáka v jednotlivých položkách tak, jak bylo zmíněno výše v textu.

Tabulka 2

Základní deskriptivní analýzy

Sledované proměnné	Metakognitivní znalosti			Metakognitivní monitorování						Výkonnost v didaktickém testu		
				Kalibrace			Bias index					
	M	H	BZŠ	M	H	BZŠ	M	H	BZŠ	M	H	BZŠ
Max	25,00	25,00	24,00	0,34	1,00	0,63	0,36	0,70	0,51	100 %	100 %	100 %
Min	3,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,06	-0,13	-0,55	-0,73	18,2 %	31,8 %	13,6 %
Me	11,00	14,00	10,00	0,13	0,13	0,26	0,06	0,04	0,15	81,8 %	86,4 %	50,0 %
\bar{X}	12,45	13,76	10,44	0,14	0,19	0,28	0,08	0,01	0,14	80,7 %	79,9 %	53,2 %
SD	5,49	5,75	5,87	0,09	0,19	0,12	0,11	0,22	0,23	18,1 %	16,7 %	20,6 %
Mod	11,00	8,00	5,00	---	0,11	---	0,05	0,09	-0,06	90,9 %	90,9 %	68,2 %

Vysvětlivky: M – Montessori, H – Hejný, BZŠ – Běžná základní škola

Pro učitele bude nejvíce překvapující výkonnost v didaktickém testu z matematiky, v němž se ukazuje, že žáci vedení Hejného metodou nebo navštěvující Montessori školy dosahují významně vyšších hodnot než žáci z běžných ZŠ. Na základě deskriptivní statistiky je rovněž naznačena provázanost metakognitivní rozvinutosti s výkonem v matematice. Jak oblast metakognitivních znalostí ($Me = 14$, reps. 11), tak i oblast metakognitivního monitorování „vyznívají“ lépe pro obě skupiny žáků (hodnoty obou indexů blíže nule), které skórovaly v matematickém testu nejlépe.

Zmíněnou problematiku se dále pokusíme prodiskutovat z pohledu statistické a věcné významnosti. Využijeme dvoustupňový postup (*two step*) Robinsona a Levina (1997) vycházející z posouzení statistické významnosti. Když se potvrdí (výsledek je statisticky významný), zaměříme se na věcnou významnost a její interpretaci. Pro srovnání zmíněných tří skupin byla vzhledem k odlišnému (nikoliv normálnímu) rozložení dat využita Kruskal-Wallisova ANOVA, následovaná post hoc analýzou (mnohonásobným porovnáním). Při nulové hypotéze byla vždy předpokládána rovnost mediánů, což lze jednoduše interpretovat tak, že mezi sledovanými proměnnými není statisticky významný rozdíl. Závěry jsou podrobně shrnuty do následující tabulky.

Tabulka 3

Testování statistické a věcné významnosti

Testovaná oblast	Zjištěné hodnoty p-level
Výkonnost v didaktickém testu	$p = 0,000^{**}$
Metakognitivní znalosti	$p = 0,0043^*$
Kalibrace	$p = 0,0000^{**}$
Bias	$p = 0,0024^*$

Vysvětlivky: * Rozdíl mezi skupinami je statisticky významný.

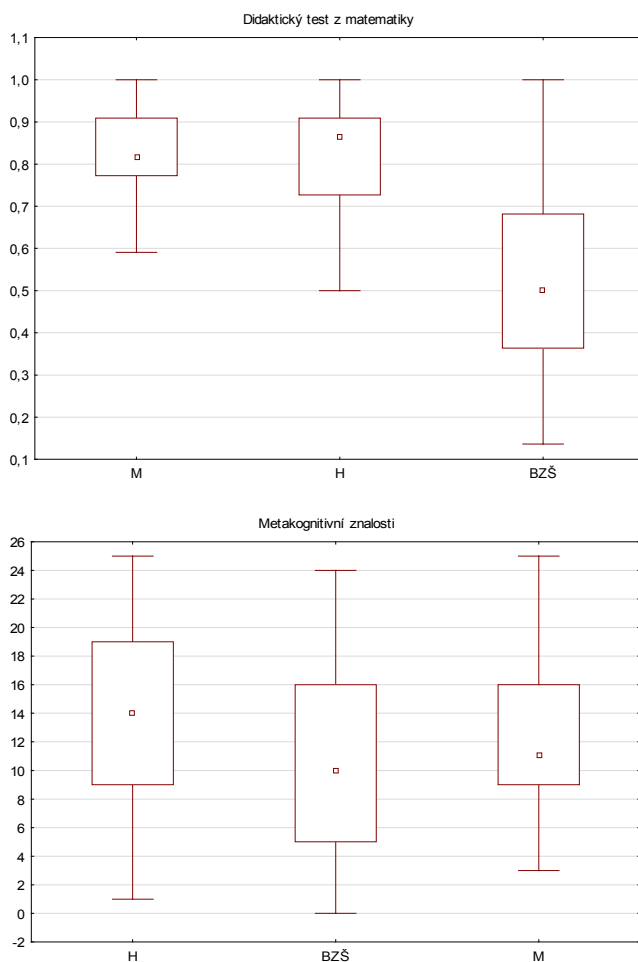
** Rozdíl mezi skupinami je statisticky i věcně významný.

Hodnoty získané ze všech čtyř sledovaných oblastí dokazují, že existuje skutečně statisticky významný rozdíl ve výsledcích žáků vzhledem k odlišným vzdělávacím programům. Z následné post-hoc analýzy je zřejmé, mezi kterými vzdělávacími programy je významný rozdíl. Dále rozdělíme analýzu pro případ výkonnosti v didaktickém testu a metakognitivních znalostí zvláště oproti závěrům vztahujícím se k metakognitivnímu monitorování, a to zejména z interpretačních důvodů.

Tabulka 4

Závislost výkonnosti v didaktickém testu a metakognitivních znalostí na odlišném vzdělávacím programu

Didaktický test	M	H	BZŠ	Metakognitivní znalosti	M	H	BZŠ
M	-----	$p = 0,89$	$p = 0,00$	M	-----	$p = 0,649$	$p = 0,239$
H	$p = 0,89$	-----	$p = 0,00$	H	$p = 0,649$	-----	$p = 0,003$
BZŠ	$p = 0,00$	$p = 0,00$	-----	BZŠ	$p = 0,239$	$p = 0,003$	-----



Obrázek 3

Grafy popisující závislost výkonnosti v didaktickém testu a testu metakognitivních znalostí na typu vzdělávacího programu

V případě výkonnosti v didaktickém testu se projevila rozdíly mezi žáky z běžné ZŠ a z dalších dvou odlišných vzdělávacích programů, kdy je patrné (viz tab. 1), že žáci z běžné ZŠ dospěli k podstatně horším výsledkům. V případě metakognitivních znalostí se projevila rozdíly pouze mezi běžnou ZŠ a školou vyučující podle Hejného metody. Z grafu (viz obr. 2) je patrné, že distribuční funkce odpovídající měření žáků docházejících do Montessori škol a žáků vyučovaných podle Hejného metody jsou přibližně srovnatelné. Oproti tomu u žáků z běžných ZŠ je celé mezikvartilové rozpětí posazeno na vertikále podstatně níže.

Z grafu (viz obr. 3) není patrný tak velký rozdíl mezi sledovanými skupinami. I zde je však zřejmé, že žáci navštěvující školu, v níž výuka probíhá na základě Hejného metody, dosahují vyšších hodnot než další dvě skupiny. Největší rozdíly jsou především v horní polovině každé skupiny.

K podobně zajímavým závěrům dojdeme také v momentu, porovnávali kalibraci a bias (tab. 5).

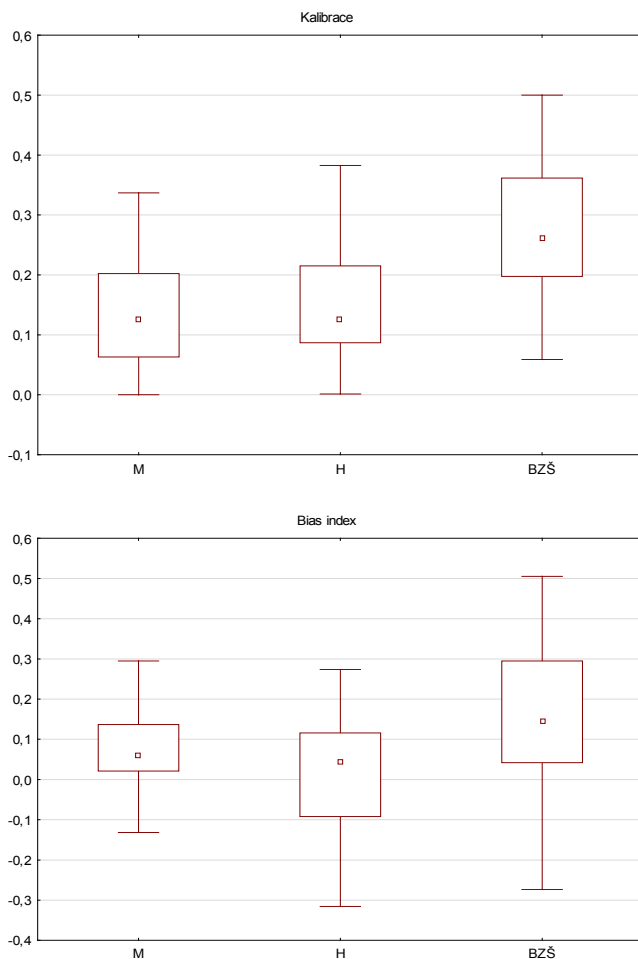
Tabulka 5

Závislost metakognitivního monitorování na odlišném vzdělávacím programu

Index absolutní přesnosti	M	H	BZŠ	Bias index	M	H	BZŠ
M		$p = 0,85$	$p = 0,00$	M		$p = 0,59$	$p = 0,15$
H	$p = 0,85$		$p = 0,00$	H	$p = 0,59$		$p = 0,00$
BZŠ	$p = 0,00$	$p = 0,00$		BZŠ	$p = 0,15$	$p = 0,00$	

Stejně jako v předcházejících případech se i zde projevila rozdíly mezi žáky navštěvujícími běžnou ZŠ a zbylými dvěma skupinami pro kalibraci. V případě indexu bias se rozdíl ukázal pouze mezi žáky navštěvujícími běžnou základní školou a žáky vyučovanými podle Hejného metody.

V případě indexu absolutní přesnosti jsou si mezikvartilová rozpětí odpovídající žákům docházejícím do Montessori škol a škol implementujících Hejného metodu téměř rovna, zatímco u žáků z běžné ZŠ je tato hodnota na vertikále významně posunuta. Podobně je tomu u indexu bias, kdy mezikvartilové rozpětí pro žáky vyučované Hejného metodou se pohybuje v intervalu od -0,1 do 0,1 a u žáků z Montessori můžeme zaznamenat zúžení tohoto intervalu a malý posun na vertikále směrem nahoru. U žáků z běžných ZŠ je však situace odlišná: mezikvartilové rozpětí je sice téměř stejné, avšak významně výše položené. Je tak zřejmé, že tito žáci se oproti zbylým dvěma skupinám nadhodnocují.



Obrázek 4

Kvartilový graf popisující rozdíly mezi sledovanými subjekty

Interpretace dat a diskuse

V rámci výkonnosti byl v didaktickém testu z matematiky prokázán statisticky významný rozdíl vzhledem ke sledovaným programům, a to mezi běžnou ZŠ a dalšími dvěma sledovanými programy. Co se týká úrovně metakognitivních znalostí, statisticky významný rozdíl se projevil mezi žáky, kteří jsou vyučováni Hejného metodou, a žáky docházejícími do běžných ZŠ (ve prospěch první uvedené skupiny). Schopnost posoudit relativní průměrnost

strategie pro řešení konkrétní úkolové situace lze vnímat jako určitý indikátor pro vyšší úroveň abstraktního uvažování (Borkowski et al., 1988). Z tohoto důvodu lze usuzovat, že žáci, kteří dosáhli signifikantně vyššího skóre v rámci testu zjišťujícího metakognitivní znalosti (žáci vyučovaní Hejného metodou: $Me = 14$, $\bar{O} = 13,76$ oproti žákům z běžných ZŠ: $Me = 10$, $\bar{O} = 10,44$), se z hlediska ontogeneze nacházejí na vyšším stupni kognitivního rozvoje. Samozřejmě v důsledku působení množství intervenujících a do této studie nezahrnutých proměnných, které ovlivňují kognitivní vývoj, nelze tvrdit, že didaktický přístup prostřednictvím Hejného metody podporuje kognitivní rozvoj v takové míře, že je jednou z hlavních příčin zmíněného rozdílu. Na druhou stranu výsledky této studie mohou tento závěr podporovat. Podle České školní inspekce (2017) není sice rozdíl mezi školami vyučujícími Hejného metodou a běžnými ZŠ statisticky významný, ale nedochází k horším výsledkům než na běžné ZŠ. Rozvoj metakognitivních znalostí je určován dvěma bazálními mechanismy (Siegler, 1999): Jedinec disponuje určitým (1) nevědomým (implicitním) povědomím o strategiích. Aplikace těchto strategií není zcela úmyslná a asociativní vztah mezi nasazenou strategií a úkolem se posiluje na základě předpokladu, že nasazená strategie vedla k vyřešení úkolu (žák zažívá úspěch). A naopak – asociativní spojení se oslabuje, jestliže nasazená strategie k vyřešení úkolu nevedla (Neuenhaus et al., 2011). Aktivně reflexivní procesy představují (2) vědomé (explicitní) užití strategií, kdy žák získává znalost prostřednictvím evaluace nasazených strategií, a tak se posiluje asociativní spojení mezi subjektivně vnímanými efektivními strategiemi a naopak se oslabuje spojení mezi subjektivně vnímanými neefektivními strategiemi (Flavell, Miller, & Miller, 2002). Na základě mechanismů budujících metakognitivní znalosti se můžeme domnívat, že pedagogové vyučující podle Hejného metody u žáků posilují asociativní vztah mezi strategií a úkolem buď nezáměrně (např. prostřednictvím individualizovaného přístupu řešením adekvátně náročných úloh, kooperativních aktivit apod. – obecně radostí z práce a z výsledku), nebo záměrně prostřednictvím reflexivních procesů (např. evaluací úspěšných i neúspěšných kroků při řešení úkolové situace, diskusí nad návrhy, co se příště učiní jinak a z jakého důvodu apod.).

Výsledky předkládané studie potvrzují signifikantní statistické a věcně významné rozdíly ($p < .01$) v oblasti kalibrace. Jak žáci, kteří jsou vyučováni na základě Hejného metody ($Me = 0,13$; $\bar{O} = 0,19$), tak žáci docházející do ZŠ Montessori ($Me = 0,13$; $\bar{O} = 0,14$) dosáhli signifikantně lepších hodnot (hodnoty blíže nule) než žáci z běžných ZŠ ($Me = 0,26$; $\bar{O} = 0,28$). Zároveň se však neprojevil rozdíl mezi žáky ze ZŠ Montessori a žáky vyučovanými podle Hejného metody. Jak již bylo výše v textu uvedeno, těší se výzkum kalibrace poměrně velké oblibě a závěry mnohých studií (v kontextu matematiky Desoete & Roeyers, 2006; Tobias & Everson, 2002) prokazují, že

míra přesnosti vlastního úsudku souvisí s úspěchem žáků v daném předmětu. Přestože předkládaný příspěvek není korelační studií, můžeme spatřovat paralelu k uvedenému: Jak žáci ze ZŠ Montessori, tak žáci vyučovaní na principu Hejného metody dosáhli oproti žákům navštěvujícím běžné ZŠ signifikantně lepšího skóre v testu zjišťujícím výkonnost v matematice a zároveň disponovali vyšší kalibrací, což lze přičítat následujícím faktorům: (1) Benefit ze zapojení metakognitivních postupů nastává v momentě, kdy se úkol nachází v subjektivně vnímané přiměřené úrovni obtížnosti (Prins, Veenman, & Elshout, 2006). Řešení příliš náročné úlohy by mělo vyústit v sebereflexi („tohle nezvládnú“) a řešení příliš jednoduchého úkolu se realizuje prostřednictvím dosavadní znalostní báze, jež snižuje subjektivně vnímanou náročnost (asimilace nově vstupujících poznatků se stávající znalostní bází). Výsledky tohoto šetření naznačují, že žáci ze ZŠ Montessori a žáci, kteří jsou učeni podle Hejného metody, byli ve svých úsudcích přesnější z toho důvodu, že se didaktický test (z obecného hlediska) nacházel v subjektivně adekvátním pásmu náročnosti, což vyvolává otázku, jaký typ úloh shledávají jednotlivé skupiny žáků za přiměřené. (2) Vysvětlení zjištěných nuancí můžeme hledat rovněž v tzv. efektu očekávání (*test expectancy*). Očekávání povahy úkolu je ovlivňováno předchozími zkušenostmi, což ovlivňuje jak metakognitivní monitorování, tak i míru správnosti odpovědí na tyto otázky či úkoly. Experimentálně bylo dokázáno (Thiede, Griffin, & Wiley, 2011), že očekává-li žák úkoly na nižší kognitivní operace, je si v těchto úlohách jistější a také je v jejich řešení úspěšnější než v případě, kdy čelí úkolům na vyšší kognitivní operace (a obráceně). Signifikantně vyšší přesnost žáků ze ZŠ Montessori a žáků vyučovaných Hejného metodou by teoreticky mohlo být způsobeno tím, že tito žáci očekávají otázky (kognitivně) náročnější povahy (v kontextu didaktického testu z matematiky). Zároveň žáci z běžných ZŠ mohou častěji řešit otázky (kognitivně) méně náročné povahy (v kontextu didaktického testu: „Do rámečku doplňte chybějící čísla: $8 \cdot AA = 40$ “), neboť didaktický test z matematiky byl tvořen z velké části otázkami kognitivně náročnějšími. (3) Specifickou příčinou lepší kalibrace žáků ze ZŠ Montessori a žáků vyučovaných podle Hejného metody by mohlo být připisováno způsobu hodnocení. Experimentálně bylo dokázáno (Koriat, Goldsmith, Schneider, & Nakash-Dura, 2001; Roebers, Moga, & Schneider, 2001), že žáci jsou lépe kalibrováni v přísněji nastaveném kontextu. V této věci by bylo zapotřebí uskutečnit doplňující šetření s cílem specifikovat subjektivní vnímání „přísnosti“ nastaveného vzdělávacího kontextu jako faktoru ovlivňujícího míru kalibrace.

Žáci, kteří jsou ve výkonnostním testu (v našem případě didaktický test z matematiky) úspěšnější, bývají přesnější se sklonem k mírnému podcenění (negative bias). Naopak žáci, kteří jsou méně úspěšní ve výkonnostním testu, bývají méně přesní se sklonem k přeceňování své výkonnosti (positive bias);

Bol, Hacker, O'Shea, & Allen, 2005). Tento teoretický předpoklad byl v této studii částečně potvrzen: (i) nejvýkonnější žáci (v rámci empirické sondy žáci učící se podle Hejného metody) vykazují mírné nadhodnocení ($Me = 0,04$; $\emptyset = 0,01$), avšak tyto hodnoty se statisticky neliší od hodnoty nula, což lze interpretovat jako „zcela“ vyvážený úsudek o své vlastní výkonnosti; (ii) u nejméně výkonných žáků (v rámci empirické sondy žáci z běžných ZŠ) je možné také spatřovat nadhodnocení ($Me = 0,15$; $\emptyset = 0,14$), které se však statisticky významně liší od hodnoty nula. Tato skupina žáků tedy nadhodnocuje svůj výkon, ačkoli tomu jejich reálná výkonnost neodpovídá. Nadhodnocení vlastní výkonnosti méně zdatnými žáky se děje z těchto důvodů: (1) z nedostatku znalostí (neschopnost určit adekvátní standard pro hodnocení), (2) aktivita při řešení úkolu odčerpá veškeré kognitivní zdroje, a tak není možné zapojit proces metakognitivního monitorování a (3) nadhodnocení nemusí být (vždy) způsobeno (pouze) nízkou úrovní metakognitivního monitorování, ale také přáním jedince, že jeho snaha má významný dopad na jeho výkonnost (Dunning, Johnson, Ehrlinger, & Kruger, 2003). Nadhodnocení i podhodnocení vlastní výkonnosti má závažný dopad na proces učení. Buď žák opouští od učení či úkolu příliš brzy s přesvědčením, že je dostatečně osvojené (nebo je úloha správně vyřešena), ačkoliv tomu tak není (následná konfrontace s realitou, výsledkem testu pak může u žáka vyvolat frustraci; Flannelly, 2001), nebo naopak žák věnuje neadekvátní množství času pasážím, které ovládá, nebo setrvává u úlohy, jež je již zdárně vyřešena. Obě situace si žádají zásah ze strany pedagoga, neboť bias bývá stabilní (Bol et al., 2005; Nietfeld, Cao, & Osborne, 2005) a bez vnějšího zásahu se nenapraví (Kruger & Dunning, 1999).

Limity studie

Empiricky bylo zjištěno, že nesmíme zapomínat na další faktory, které zasahují do vztahu mezi metakognicí a výkonem v matematice, jako například konceptuální znalosti matematiky (Merenluoto & Lehtinen, 2002), vědomí vlastní účinnosti (Hoffman, 2010), pracovní paměť (Hoffman & Schraw, 2009), běžné verbální dovednosti (Helwig, Rozek-Tedesco, Tindal, Heath, & Almond, 1999) a socioekonomický status (SES) rodinného zázemí (Pappas, Ginsburg, & Jiang, 2003). Právě absence proměnné SES je jedním z nejvíce limitujících faktorů pro výsledky z hlediska matematických dovedností. Jedná se o limity v podobných výzkumech velice časté, jak potvrzují někteří autoři (např. Dohrmann, Nishida, Gartner, Lipsky, & Grimm, 2007). Tito odborníci také upozorňují na skutečnost, že existuje pouze malé množství

výzkumů zabývajících se podobnou problematikou a že i tyto výzkumy mají podobné limity. Vzhledem k tomu, že jsme si vědomi těchto nedostatků, využili jsme při našem šetření zejména neparametrických statistických metod, které nejsou natolik náchylné na odlehle hodnoty.

Závěr

V této studii jsme usouvztažňovali výkonnost v matematice s kompetencí, která je v kontextu RVP spjata s kompetencí k učení (Lokajíčková, 2015). Úkolem školy není „pouze“ vybavit žáky informacemi, ale rovněž je vést „...k získání schopnosti učit se, rozvinout jejich **metakognitivní postupy** a **upevňovat jejich sebezodělavací kompetence**“ (Helus, 2006, s. 195). Nabízí se totiž otázka, zda nároky nového milénia budou po jedincích primárně vyžadovat „obsahové znalosti“. Jak uvádí Ronzano (2010), žáci „...*potřebují vědět, jak číst, rozumět a myslet kriticky*...“ (s. 4). Jsme přesvědčeni o tom, že jednou z ústředních charakteristik efektivního didaktického postupu je rozvíjet v žácích kritické myšlení ve smyslu předvídání, plánování, monitorování a evaluace vlastních kroků (nejen při učení), aby se z žáků postupně staly co nejvíce autonomní bytosti s vysokou úrovní autoregulace. Jak naznačuje Laiová (2011), dovednost řídit vlastní proces učení je jednou z nezbytných dovedností nejen kariérních, ale i životních. Z tohoto důvodu by měl být rozvoj metakognice žáků profesním standardem práce každého pedagoga (Bransford, Brown, & Cocking, 2000).

Věříme, že se nám podařilo námi realizovanou empirickou sondou upozornit na potřebu analyzovat dopady odlišného pojetí kurikula (oficiálního a zejména pak realizovaného) na žáka, a to i s ohledem na to, že podobně zaměřené studie v České republice dosud chybějí. Obsah předloženého textu nemá sloužit jako argument v (politických) diskusích o přednostech či nedostatecích analyzovaných programů, nýbrž má sloužit ke zdůraznění nutnosti testovat dovednosti žáků, a to zejména ve vztahu k odlišným vzdělávacím přístupům či programům (proklamovaným a hlavně realizovaným kurikulům). Naším cílem proto nebylo ani diskutovat o přednostech či případných nedostatecích zmíněných programů, ale poukázat na základní pedagogické otázky týkající se vztahu přístupů ke kurikulu a jeho výsledkům. Aby mohly být závěry generalizovány dostatečně přesvědčivě například tak, jak podotýká Lillard (2012), bylo by nutné realizovat longitudinální studii na rozsáhlém souboru a podchytit množství nezávislých proměnných souvisejících a ovlivňujících výkonnost v matematice.

Poděkování

Tento příspěvek byl podpořen projekty realizovanými na Univerzitě Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem, Česká republika: UJEP-SGS-2017-43-003-2 a UJEP-SGS-2017-43-007-2.

Použitá literatura

- Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. US: Prentice-Hall, Inc.
- Bol, L., Hacker, D. J., O'Shea, P., & Allen, D. (2005). The influence of overt practice, achievement level, and explanatory style on calibration accuracy and performance. *Journal of Experimental Education*, 73(4), 269–290.
- Borkowski, J. G., Milstead, M., & Hale, C. (1988). Components of children's metamemory: Implications for strategy generalization. In F. E. Weinert & M. Perlmutter (Eds.), *Memory development: Universal changes and individual differences* (s. 73–100). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington, DC: National Academy Press.
- Brown, A. L., & Palinscar, A. S. (1989). Guided, cooperative learning and individual knowledge acquisition. In L. B. Resnick (Ed.), *Knowing, learning, and instruction: Essays in honor of Robert Glaser* (s. 393–451). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Cermat (2006). *Závěrečná zpráva z projektu hodnocení výsledků vzdělávání žáků 5. ročníků základních škol 2006*. [on-line]. Dostupné z http://www.cermat.cz/download.php?id_document=1404034181&at=1
- Cipro, M. (2002). *Galerie světových pedagogů: encyklopedie Prameny výchovy*. Praha: M. Cipro.
- Česká školní inspekce (2017). *Výběrová zjištění výsledků žáků na úrovni 5. a 9. ročníků základních škol ve školním roce 2016/2017 – závěrečná zpráva*. Praha. Dostupné z http://www.csicr.cz/html/Vyberove_zjistovani_vysledku_zaku_2016_2017/resources/_pdfs_/Vyberove_zjistovani_2016_2017__.pdf
- Češková, T. (2016). Výukové situace rozvíjející kompetenci k řešení problémů: teoretický model jako východisko pro analýzu výuky. *Pedagogika*, 66(5), 530–548.
- Desoete, A., & Roeyers, H. (2006). Metacognitive macroevaluations in mathematical problem solving. *Learning and Instruction*, 16(1), 12–25.
- Desoete, A., Roeyers, H., & Buysse, A. (2001). Metacognition and mathematical problem solving in grade 3. *Journal of Learning Disabilities*, 34(5), 435–449.
- Dignath, Ch., & Büttner, G. (2008). Components of fostering self-regulated learning among students. A meta-analysis on intervention studies at primary and secondary school level. *Metacognition and Learning*, 3, 231–264.
- Disman, M. (2005). *Jak se vyrábí sociologická znalost*. Praha: Karolinum.
- Dohrmann, K. R., Nishida, T. K., Gartner, A., Lipsky, D. K., & Grimm, K. J. (2007). High school outcomes for students in a public Montessori program. *Journal of Research in Childhood Education*, 22(2), 205–217.
- Dole, J. A., Nokes, J. D., & Dritis, D. (2009). Cognitive strategy instruction. In S. E. Israel & G. G. Duffy (Eds.), *Handbook of research on reading comprehension* (s. 347–372). New York, NY: Routledge.

- Duchovičová, J. (2010). *Neurodidaktický a psychodidaktický kontext edukácie*. Nitra: UKF.
- Dunlosky, J., & Metcalfe, J. (2009). *Metacognition*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Dunning, D., Johnson, K., Ehrlinger, J., & Kruger, J. (2003). Why people fail to recognize their own incompetence. *Current Directions in Psychological Science*, 12, 83–87.
- Flannelly, L. T. (2001). Using feedback to reduce students' judgment bias on test questions. *Journal of Nursing Education*, 40, 10–16.
- Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (s. 231–236). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Flavell, J. H., Miller, P. H., & Miller, S. A. (2002). *Cognitive development*. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education.
- Garofalo, J., & Lester Jr, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 163–176.
- Glenberg, A. M., & Epstein, W. (1985). Calibration of comprehension. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 11(4), 702–718.
- Götz, L., Lingel, K., Artelt, C., & Schneider, W. (2013). *Mathematisches Strategie wissen für 5. und 6. Klassen (MAESTRA 5-6)*. Göttingen: Hogrefe.
- Grizzle-Martin, T. (2014). *The effect of cognitive- and metacognitive-based instruction on problem solving by elementary students with mathematical learning difficulties* (Doctoral dissertation, Walden University, USA). Dostupné z <http://elibraryusa.state.gov>
- Hacker, D. J., Bol, L., & Keener, M. C. (2008). Metacognition in education: A focus on calibration. In J. Dunlosky & R. A. Bjork (Eds.), *Handbook of metamemory and memory* (s. 429–455), Los Angeles, CA: Taylor-Francis.
- Hejný, M., & Stehlíková, N. (1999). *Číselné představy dětí*. Praha: Univerzita Karlova.
- Hejný, M., Novotná, J., & Stehlíková, N. (Eds.). (2004). *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy.
- Helmke, A. (2009). *Unterrichtsqualität und Lehrerberuflichkeit: Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts*. Seelze-Velber: Klett.
- Helus, Z. (2006). *Sociální psychologie pro učitele*. Praha: Grada.
- Helvig, R., Rozek-Tedesco, M. A., Tindal, G., Heath, B., & Almond, P. J. (1999). Reading as an access to mathematics problem solving on multiple-choice tests for sixth-grade students. *The Journal of Educational Research*, 2(93), 113–125.
- Hoffman, B. (2010). “I think I can, but I'm afraid to try”: The role of self-efficacy beliefs and mathematics anxiety in mathematics problem-solving efficiency. *Learning and Individual Differences*, 20(3), 276–283.
- Hoffman, B., & Schraw, G. (2009). The influence of self-efficacy and working memory capacity on problem-solving efficiency. *Learning and Individual Differences*, 19(1), 91–100.
- Chmelicek, B. A. (1992). *Impact of cognitive and metacognitive strategies on mathematical performance and attitudes of adolescent* (Doctoral dissertation, The University of Iowa, USA). Dostupné z <http://elibraryusa.state.gov>
- Chytrý, V., Pešout, O., & Řičan J. (2014). *Preference metakognitivních strategií na pozadí úkolových situací v matematice*. Ústí nad Labem: PF UJEP.
- Ignacio, G. N., Nieto, B. J. L., & Barona, G. E. (2006). The affective domain in mathematics learning. *International Electronic Journal of Mathematics learning*, 1(1), 16–32.
- Jacobs, J. E., & Paris, S. G. (1987). Children's metacognition about reading: Issues in definition, measurement, and instruction. *Educational Psychologist*, 22, 255–278.

- Koriat, A., Goldsmith, M., Schneider, W., & Nakash-Dura, M. (2001). The credibility of children's testimony: Can children control the accuracy of their memory reports? *Journal of Experimental Child Psychology*, 79(4), 405–437.
- Kramarski, B., & Mevarech, Z. R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and metacognitive training. *American Educational Research Journal*, 40(1), 281–310.
- Kramarski, B., Mevarech, Z. R., & Arami, M. (2002). The effects of metacognitive instruction on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 49(2), 225–250.
- Kruger, J., & Dunning, D. (1999). Unskilled and unaware of it: How difficulties in recognizing one's own incompetence lead to inflated self-assessments. *Journal of Personality and Social Psychology*, 77(6), 1121–1134.
- Lai, R. E. (2011). *Metacognition: A literature review*. Pearson. Dostupné z https://images.pearsonassessments.com/images/tmrs/Metacognition_Literature_Review_Final.pdf
- Lillard, A. S. (2012). Preschool children's development in classic Montessori, supplemented Montessori, and conventional programs. *Journal of School Psychology*, 50(3), 379–401.
- Lokajíčková, V. (2015). *Příležitosti k rozvíjení kompetence k učení ve výuce zeměpisu* (Doctoral dissertation). Dostupné z http://is.muni.cz/th/237142/pdf_d/
- Merenluoto, K., & Lehtinen, E. (2002). Conceptual change in mathematics: Understanding the real numbers. In M. Limón & L. Mason (Eds.), *Reconsidering conceptual change: Issues in theory and practice* (s. 232–257). Netherlands: Springer.
- Mihalca, L., Mengelkamp, C., Schnotz, W., & Paas, F. (2015). Completion problems can reduce the illusions of understanding in a computer-based learning environment on genetics. *Contemporary Educational Psychology*, 41, 157–171.
- Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on the mathematical problem solving of middle school students with disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 25(4), 230–248.
- Montague, M. (2008). Self-regulation strategies to improve mathematical problem solving for students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 31(1), 37–44.
- Nelson, L. L. (2012). *The effectiveness of metacognitive strategies on 8th grade students in mathematical achievements and problem solving skills* (Doctoral dissertation, Southern University and A & M College, USA). Dostupné z <http://elibraryusa.state.gov>
- Nelson, T. O. (1996). Gamma is a measure of the accuracy of predicting performance on one item relative to another item, not the absolute performance on an individual item: comments on Schraw (1995). *Applied Cognitive Psychology*, 10(3), 257–260.
- Nelson, T. O., & Narens, L. (1994). Why investigate metacognition? In J. Metcalfe & A. P. Shimamura (Eds.), *Metacognition: Knowing about knowing* (s. 1–25). Cambridge, MA: The MIT Press.
- Neuenhaus, N., Artelt, C., Lingel, K., & Schneider, W. (2011). Fifth graders metacognitive knowledge: general or domain-specific? *European Journal of Psychology of Education*, 26(2), 163–178.
- Nietfeld, J. L., Cao, L., & Osborne, J. W. (2005). Metacognitive monitoring accuracy and student performance in the classroom. *Journal of Experimental Education*, 74(1), 7–28.
- Oprailová, E. (2016). *Předškolní pedagogika*. Praha: Grada.
- Ozsoy, G. (2012). Investigation of Fifth Grade Students' Mathematical Calibration Skills. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 12(2), 1190–1194.

- Pappas, S., Ginsburg, H. P., & Jiang, M. (2003). SES differences in young children's metacognition in the context of mathematical problem solving. *Cognitive Development, 18*(3), 431–450.
- Paris, S. G., & Winograd, P. (1990). How metacognition can promote academic learning and instruction. In B. Jones & L. Idol (Eds.), *Dimensions of thinking and cognitive instruction* (s. 15–51). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Pilegard, C., & Mayer, R. E. (2015). Adding judgments of understanding to the metacognitive toolbox. *Learning and Individual Differences, 41*, 62–72.
- Pintrich, P. R. (2000). The role of goal orientation in self-regulated learning. In M. Boekarts & P. R. Pintrich (Eds.), *Handbook of self-regulation* (s. 451–502). San Diego, CA: Academic Press.
- Polya, G. (1973). *How to solve it*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Pravdová, B. (2013). Podpora metakognice v pregraduální přípravě studentů učitelství. In J. Duchovičová, Z. Babulicová, & H. Zelená (Eds.), *Mezinárodní dialog o pedagogických a psychologických aspektech edukácie* (s. 60–68). Nitra: PF.
- Prins, F. J., Veenman, M. V. J., & Elshout, J. J. (2006). The impact of intellectual ability and metacognition on learning: New support for the threshold of problematicity theory. *Learning and Instruction, 16*(4), 374–387.
- Rawson, K. A., & Dunlosky, J. (2012). When is practice testing most effective for improving the durability and efficiency of student learning? *Educational Psychology Review, 24*(3), 419–435.
- Rendl, M., & Vondrová, N. (2014). Kritická místa v matematice u českých žáků na základě výsledků šetření TIMSS 2007. *Pedagogická orientace, 24*(1), 22–57.
- Risemberg, R., & Zimmerman, B. J. (1992). Self-regulated learning in gifted students. *Roeper Review, 15*(1), 225–230.
- Robinson, D. H., & Levin, J. R. (1997). Reflections on statistical and substantive significance, with a slice of replication. *Educational Researcher, 26*, 21–26.
- Roebers, C. M., Moga, N., & Schneider, W. (2001). The role of accuracy motivation on children's and adults' event recall. *Journal of Experimental Child Psychology, 78*, 313–329.
- Ronzano, S. (2010). *Effectiveness of metacognitive strategies for improving reading comprehension in secondary students* (Doctoral dissertation). Dostupné z <http://elibraryusa.state.gov>
- Rusek, M., Stárková, D., Chytrý, V., & Bílek, M. (2017). Adoption of ICT innovations by secondary school teachers and pre-service teachers within education. *Journal of Baltic Science Education, 16*(4), 510–523.
- Rýdl, K. (2006). *Metoda Montessori pro naše dítě: inspirace pro rodiče a další zájemce*. Pardubice: Filozofická fakulta Univerzity Pardubice.
- Sarver, M. E. (2006). *Metacognition and mathematical problem solving: Case studies for six seventh grade students* (Doctoral dissertation, Montclair State University, NJ, USA). Dostupné z <http://elibraryusa.state.gov/>
- Sedláková, M. (2004). *Vybrané kapitoly z kognitivní psychologie: Mentální reprezentace a mentální modely*. Praha: Grada.
- Schneider, W., Schlagsmüller, M., & Visé, M. (1998). The impact of metamemory and domain-specific knowledge on memory performance. *European Journal of Psychology of Education, 13*(1), 91–103.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's all the fuss about metacognition. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (s. 189–215). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Schraw, G. (1998). Promoting general metacognitive awareness. *Instructional Science*, 26(1–2), 113–125.
- Schraw, G. (2009). A conceptual analysis of five measures of metacognitive monitoring. *Metacognition and Learning*, 4(1), 33–45.
- Schraw, G., Kuch, F., & Gutierrez, A. P. (2013). Assessing the dimensionality of calibration measures used in monitoring research. *Learning and Instruction*, 24, 48–57.
- Siegler, R. S. (1999). Strategic development. *Trends in Cognitive Sciences*, 3(11), 430–435.
- Slezáková, J., & Šubrtová, E. (2015). *Matematika všemi smysly aneb Hejného metoda v MŠ, pokus o malou příručku pro kreativní pedagogy*. Praha: Step by step ČR.
- Sperling, R. A., Howard, B. C., Miller, L. A., & Murphy, C. (2002). Measures of children's knowledge and regulation of cognition. *Contemporary Educational Psychology*, 27(1), 51–79.
- Swanson, H. L. (1992). The relationship between metacognition and problem solving in gifted children. *Roeper Review*, 15, 43–48.
- Tavakol, M., & Dennick, R. (2011). Making sense of Cronbach's alpha. *International Journal of Medical Education*, 2, 53–55.
- Thiede, K. W., Griffin, T. D., & Wiley, J. (2011). Test expectancy affects metacomprehension accuracy. *British Journal of Educational Psychology*, 81(2), 264–273.
- Tobias, S., & Everson, H. T. (2002). *Knowing what you know and what you don't: Further research on metacognitive knowledge monitoring*. New York: College Entrance Examination Board.
- Veenman, M. V. J., & Spaans, M. A. (2005). Relation between intellectual and metacognitive skills: Age and task differences. *Learning and Individual Differences*, 15, 159–176.
- Veenman, M. V. J., Van Hout-Wolters, B. H. A. M., & Affenbach, P. (2006). Metacognition and learning: conceptual and methodological considerations. *Metacognition and Learning*, 1, 3–14.
- Walsh, B. A., & Petty, K. (2007). Frequency of six early childhood education approaches: A 10-year content analysis of early childhood education journal. *Early Childhood Education Journal*, 34(5), 301–305.
- Wang, M., Haertel, G., & Walberg, J. H. (1990). What influences learning? A content analysis of review literature. *Journal of Educational Psychology*, 84, 30–43.
- Wirth, J., & Leutner, D. (2008). Self-regulated learning as a competence. *Zeitschrift für Psychologie/Journal of Psychology*, 216(2), 102–110.
- Zimmerman, B. J. (1990). Self-regulated learning and academic achievement: An overview. *Educational Psychologist*, 25(1), 3–17.
- Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a self-regulated learner: An overview. *Theory into Practice*, 41(2), 64–70.

Kontakt na autory

Vlastimil Chytrý

Katedra preprimárního a primárního vzdělávání, Pedagogická fakulta, Univerzita J. E. Purkyně

E-mail: vlastimil.chytry@ujep.cz

Jaroslav Říčan

Katedra pedagogiky, Pedagogická fakulta, Univerzita J. E. Purkyně

E-mail: jaroslav.rican@ujep.cz

Dagmar Živná

Katedra preprimárního a primárního vzdělávání, Pedagogická fakulta, Univerzita J. E. Purkyně

E-mail: dag.malkova@gmail.com

Corresponding authors

Vlastimil Chytrý

Department of Preschool and Primary Education, Faculty of Education, J. E. Purkyně University

E-mail: vlastimil.chytry@ujep.cz

Jaroslav Říčan

Department of Education, Faculty of Education, J. E. Purkyně University

E-mail: jaroslav.rican@ujep.cz

Dagmar Živná

Department of Preschool and Primary Education, Faculty of Education, J. E. Purkyně University

E-mail: dag.malkova@gmail.com

